

Вычисление информационного объема

Задание 13

(повышенный уровень, время – 3 мин)

Краткая теория

- С помощью I бит можно закодировать $N = 2^I$ различных вариантов (символов).
- Таблица степеней двойки показывает, сколько вариантов N можно закодировать с помощью I бит:

I бит	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N вариантов	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

- При измерении количества информации принимается, что:
 - 1 байт (1 Б) = 8 бит (8 б);
 - 1 килобайт (1 Кб) = 1024 байта (1024 Б);
 - 1 мегабайт (1 Мб) = 1024 килобайта (1024 Кб)
- Чтобы найти информационный объем сообщения (текста) I_z , нужно умножить количество символов K на число бит на символ I : $I_z = K * I$.
- Мощность алфавита – это количество символов в этом алфавите

Пример задания

В велокроссе участвуют 119 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с количеством спортсменов. Сообщение, записанное устройством в промежуточном финише, может занимать

- 1) 70 бит
- 2) 70 байт
- 3) 490 бит
- 4) 119 байт

Возможные ловушки:

- дано число, которое есть в условии (неверные ответы 70 бит, 70 байт, 119 байт), чтобы сбить случайное угадывание
- указано правильное число, но другие единицы измерения (мог быть вариант 490 байт)
- расчет на невнимательное чтение условия: можно не заметить, что требуется определить объем только 70 отсчетов, а не всех 119 (мог быть вариант $119 \cdot 7 = 833$ бита).

Пример задания

В некоторой системе
символов составлен
используется 26
порядке. Каждый
минимально возможный
номер – одинаковое
количество байт
необходимый для

1) 20 байт

2) 105 байт

3) 120 байт

4) 140 байт

Решение:

- всего используется 26 букв + 10 цифр = 36 символов.
- для кодирования 36 вариантов необходимо использовать 6 бит, так как $2^5=32 < 36 < 2^6=64$.
- таким образом, на каждый символ нужно 6 бит.
- полный номер содержит 7 символов, каждый по 6 бит, поэтому на номер требуется $6 \cdot 7 = 42$ бита.
- по условию каждый номер кодируется **целым** числом байт (в каждом байте – 8 бит), поэтому требуется 6 байт на номер $5 \cdot 8 = 40 < 42 < 6 \cdot 8 = 48$.
- на 20 номеров нужно выделить $6 \cdot 20 = 120$ байт (ответ 3).

Пример задания

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля – ровно 11 символов. В качестве символов используются десятичные и прописные буквы латинского алфавита, причём все буквы используются (и верхние, и нижние). Под хранение каждого такого пароля на сервере отведено определённое количество памяти, возможное и одинаковое для всех серверов. Определите объём памяти, необходимый для хранения 60 паролей, кодируемых в минимально возможном количестве бит.

Решение:

- всего используется 12 букв заглавн. + 12 букв строчн. + 10 цифр = 34 символа.
- для кодирования 34 символов необходимо использовать 6 бит, так как $2^5=32 < 34 < 2^6=64$.
- таким образом, на каждый символ нужно 6 бит.
- для хранения 11 символов пароля необходимо $6 \cdot 11=66$ бит.
- по условию пароль кодируется **целым** числом байт (в каждом байте – 8 бит), поэтому требуется 9 байт на номер $8 \cdot 8=64 < 66 < 9 \cdot 8=72$
- 60 паролей занимают $9 \cdot 60=540$ байт (ответ 1).

1) 540 байт

2) 600 байт

3) 660 байт

4) 720 байт

Пример задания

В корзине лежат 32 клубка шерсти, из них 4 красных. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали клубок красной шерсти?

1) 2

2) 3

3) 4

4) 32

Решение:

- красные клубки шерсти составляют $1/8$ от всех.
- по формуле Шеннона находим количество информации в битах:

$$I_k = -\log_2 P_k \quad I_k = -\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 8 = 3 \text{ бита}$$

- выбор 1 из 8 вариантов – это информация в 3 бита (ответ 2)

Пример задания

В зоопарке 32 обезьяны живут в двух вольерах А и Б. Одна из обезьян

Решение:

- количество информации в сообщении о произошедшем событии с номером i равно $I_i = -\log_2 P_i$, где P_i – вероятность этого события; таким образом, получаем вероятность того, что заболевшая обезьяна живет в вольере А:

$$P_1 = 2^{-I_1} \Rightarrow P_1 = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

- предварительная информация где живет заболевшая обезьяна отсутствует, поэтому можно считать, что вероятность равна количеству обезьян в вольере – если вероятность равна $1/16$, то в вольере живет $1/16$ часть всех обезьян: $32/16 = 2$ обезьяны поэтому в вольере Б живут все оставшиеся $32 - 2 = 30$ обезьян

Задание 1.

В некоторой стране автомобильный номер длиной 6 символов составляется из заглавных букв (всего используется 12 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным количеством байт. Определите объем памяти в байтах, необходимый для хранения 32 автомобильных номеров.

128

Задание 2.

Метеорологическая станция ведет наблюдение за влажностью воздуха. Результатом одного измерения является целое число от 0 до 100 процентов, которое записывается при помощи минимально возможного количества бит. Станция сделала 80 измерений. Определите информационный объем результатов наблюдений в байтах.

Задание 3.

Обычный дорожный светофор без дополнительных секций подает шесть видов сигналов (непрерывные красный, желтый и зеленый, мигающие желтый и зеленый, красный и желтый одновременно). Электронное устройство управления светофором последовательно воспроизводит записанные сигналы. Подряд записано 100 сигналов светофора. Сколько байт нужно для записи этих данных?

*(Условие некорректно, имеется
в виду количество целых
байтов.)*

Задание 4.

В некоторой стране автомобильный номер длиной 5 символов составляется из заглавных букв (всего используется 30 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным количеством байт. Определите объем памяти в байтах, необходимый для хранения 50 автомобильных номеров.

200

Задание 5.

В некоторой стране автомобильный номер длиной 6 символов составляется из заглавных букв (всего используется 19 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным количеством байт. Определите объем памяти в байтах, необходимый для хранения 40 автомобильных номеров.

160

Задание 6.

Сколько существует различных последовательностей из символов «плюс» и «минус», длиной ровно в пять символов?

Задание 7.

Шахматная доска состоит из 8 столбцов и 8 строк. Какое минимальное количество бит потребуется для кодирования координат одного шахматного поля?

Задание 8.

Двое играют в «крестики-нолики» на поле 4 на 4 клетки. Какое количество информации в битах получил второй игрок, узнав ход первого игрока?

Задание 9.

В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?

Задание 10.

Объем сообщения равен 11 кбайт.
Сообщение содержит 11264 символа.
Какова мощность алфавита?

256

Задание 11.

Для кодирования секретного сообщения используются 12 специальных значков-символов. При этом символы кодируются одним и тем же минимально возможным количеством бит. Чему равен информационный объем сообщения в байтах длиной в 256 символов?

128

Задание 12.

Мощность алфавита равна 64. Сколько кбайт памяти потребуется, чтобы сохранить 128 страниц текста, содержащего в среднем 256 символов на каждой странице?

Задание 13.

Для кодирования нотной записи используется 7 значков-нот. Каждая нота кодируется одним и тем же минимально возможным количеством бит. Чему равен информационный объем сообщения в битах, состоящего из 180 нот?

540

Задание 14.

В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в коробке?

Задание 15.

За четверть Василий Пупкин получил 20 оценок. Сообщение о том, что он вчера получил четверку, несет 2 бита информации. Сколько четверок получил Василий за четверть?

Задание 16.

В закрытом ящике находится 32 карандаша, некоторые из них синего цвета. Наугад вынимается один карандаш. Сообщение «этот карандаш – НЕ синий» несёт 4 бита информации. Сколько синих карандашей в ящике?

Задание 17.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы А, Б, В, Г, Д, Е. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт, при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите, сколько байт необходимо для хранения 20 паролей.

Задание 18.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 21 символа и содержащий только символы A, D, F, H, X, Y, Z (таким образом, используется 7 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Укажите объём памяти в байтах, отводимый этой системой для записи 40 паролей. В ответе запишите только число, слово «байт» писать не нужно.

320

Задание 19.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 9 символов и содержащий только символы из 10-символьного набора: A, B, C, D, E, F, G, H, K, L. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 6 байт на одного пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 100 пользователях.

1100

Задание 20.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 10 символов и содержащий только символы из 26-символьного латинского алфавита. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 6 байт на одного пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 30 пользователях.

Задание 21.

Для регистрации на сайте необходимо продумать пароль, состоящий из 10 символов. Он должен содержать хотя бы 3 цифры, а также строчные или заглавные буквы латинского алфавита (алфавит содержит 26 букв). В базе данных для хранения сведения о каждом пользователе отведено одинаковое и минимальное возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственного пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт одинаковое для каждого пользователя. Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 870 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе. В ответе запишите только целое число – количество байт.

Задание 22.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 320 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Задание 23.

Для хранения длинных чисел можно использовать алгоритм кодирования повторов (RLE), который заменяет повторяющиеся цифры (серии) на одну цифру и число её повторов. Например, число 999 после сжатия станет числом 39. Если длина серии превосходит 9, она разбивается на несколько серий длиной 9 и, возможно, ещё одну длиной меньше 9. После сжатия производится поразрядное кодирование, все цифры кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Сколько байт потребуется для сжатия и кодирования указанным способом числа 123000000000000555?

Ответы

- 1) 100
- 2) 250
- 3) 300
- 4) 21
- 5) 400
- 6) 540
- 7) 300
- 8) 240
- 9) 3
- 10) 400
- 11) 640